Planificación de la producción a corto y mediano plazo en industrias de procesos batch

Yanina Fumero

INGAR
CONICET
U T N

Seminario "Carlos Segovia Fernández"

Santa Fe, 28 de octubre de 2016

Agenda

- Motivación
- Plantas batch multiproducto multietapa
- Algunos problemas abordados
- Modelos de optimización y estrategias de resolución
- Ejemplos ilustrativos – Casos de estudio
- Conclusiones

Motivación

➔ ***TOMA DE DECISIONES***

Se clasifica en 3 niveles:

- **Estratégico (decisiones de localización, infraestructura, capacidad, etc.)**
- **Táctico (plan de producción, decisiones de compras, niveles de inventario, etc.)**
- **Operativo (scheduling de la producción, programación detallada de tareas, envíos de productos, etc.)**

Motivación

- **En general, hay escasa integración entre estos niveles de decisión.**

- **Existe una tendencia a desacoplar los problemas teniendo en cuenta los distintos tipos de decisiones a resolver (diseño, planeamiento, scheduling). Esquemas de descomposición jerárquica.**

⇩

Simplifica la formulación y complejidad de los modelos

- **Los compromisos entre los distintos tipos de decisiones no pueden ser evaluados correctamente.**

DESAFÍO: integración de decisiones

Motivación

PLANEAMIENTO DE LA PRODUCCIÓN

SCHEDULING

PROBLEMA INTEGRADO

➔ Inconvenientes:

- dimensión del problema
- complejidad combinatoria (debida principalmente al problema de scheduling)

Motivación

- La estrategia tradicional para resolver este problema es mediante un esquema de descomposición jerárquica.

PLANEAMIENTO DE LA PRODUCCIÓN

↓

SCHEDULING

ENFOQUE JERÁRQUICO

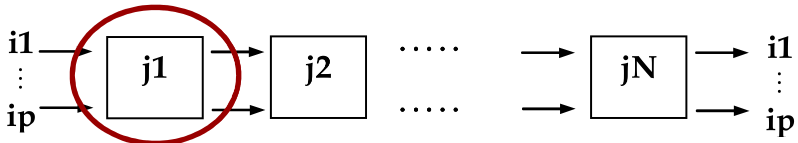
- Una solución obtenida en el nivel de planning puede conducir a schedules infactibles.
- Los trade-offs o compromisos entre estas decisiones no pueden ser evaluados adecuadamente.

➔ **DESAFÍO:** desarrollar **modelos de optimización matemática** que **integren** de manera efectiva las decisiones de **planeamiento y scheduling de la producción**.

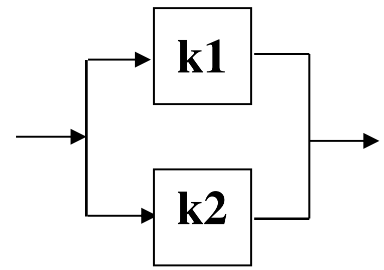
Introducción

Procesos Batch Multiproducto → **permiten cubrir un amplio rango de condiciones de operación usando la misma configuración de planta**

- Todos los productos siguen la misma secuencia de producción a través de todas las etapas



Opción estructural:
Duplicación Fuera de fase



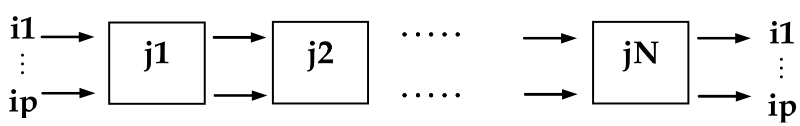
- **Incrementan la eficiencia del proceso y la utilización de las unidades**
- **Reducen tiempos ociosos**

Introducción

Procesos Batch Multiproducto

permiten cubrir un amplio rango de condiciones de operación usando la misma configuración de planta

- Todos los productos siguen la misma secuencia de producción a través de todas las etapas



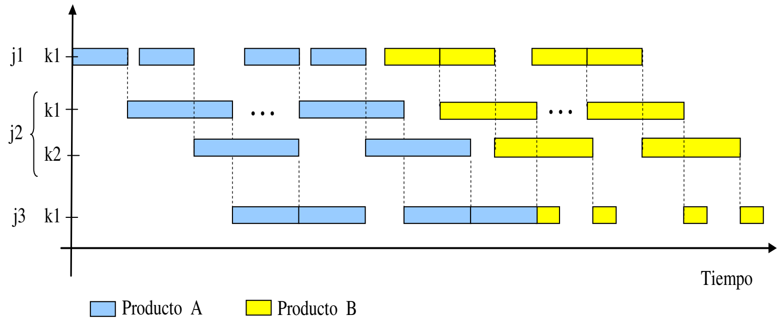
- Un lote de material que se procesa de manera secuencial en las diferentes etapas se denomina <u>bachada</u>.

- Cada unidad batch es caracterizada por un tiempo de procesamiento y no permite la carga y descarga simultánea de material.

Introducción

- Las decisiones de scheduling se han considerado de una manera "muy simple" en el problema de planeamiento de la producción: operación basada en *campañas monoproducto*

A … A - B B… B

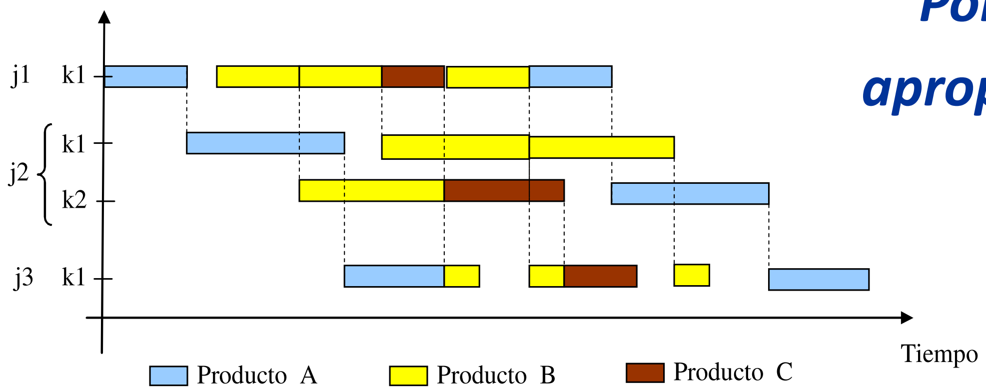


→ desde el punto de vista comercial es inapropiada

→ acarrea problemas operativos y de gestión: mantenimiento de altos inventarios, "stock-out", deterioro de los productos, etc.

Introducción

- **Operación cíclica basada en _campañas de producción mixtas_**

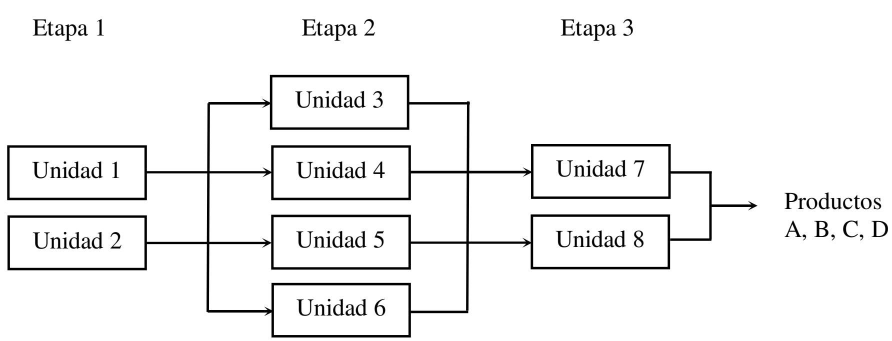


Política de scheduling más apropiada y con mayor sentido práctico

- **estandarizan la producción**
- **simplifican las decisiones operativas de la planta**
- **pueden reducir tiempos ociosos**
- **permiten mantener niveles de inventario adecuados**
- **mejoran el nivel de servicio al cliente**

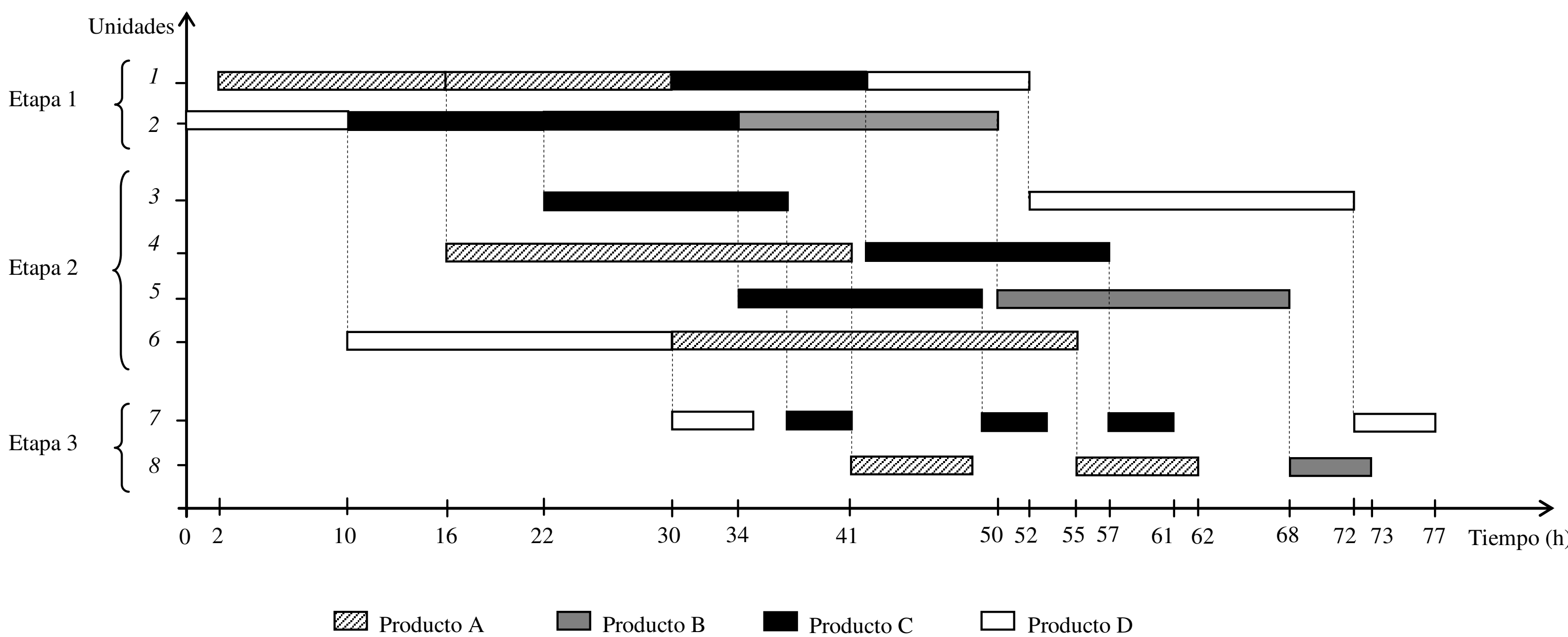
Introducción

- **Operación cíclica basada en *campañas de producción mixtas***



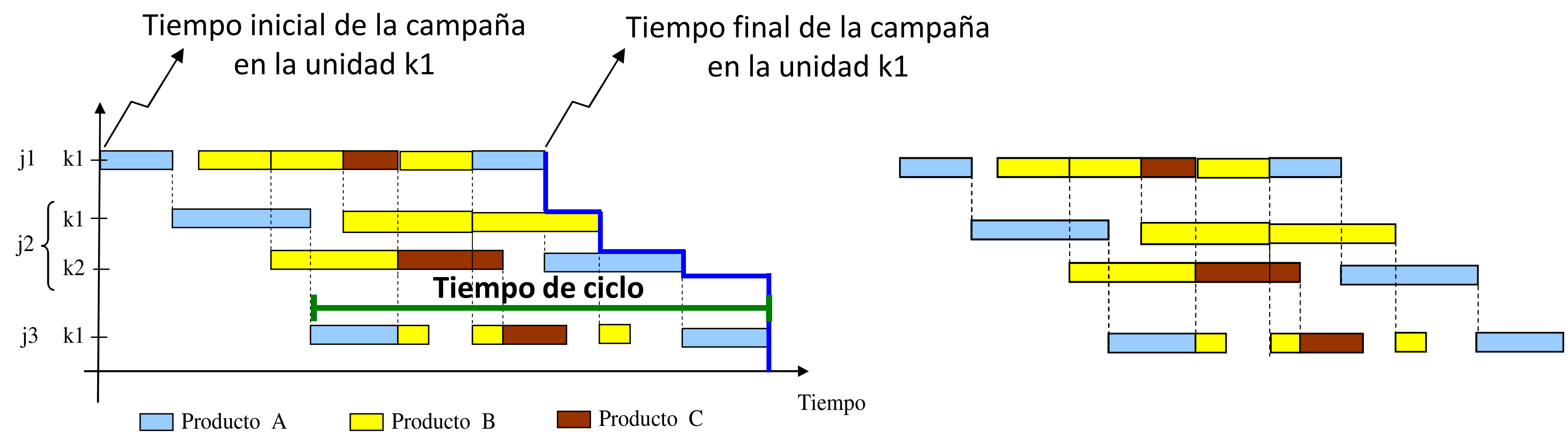
- Campaña: 8 bachadas

$A \rightarrow 2$, $B \rightarrow 1$, $C \rightarrow 3$, $D \rightarrow 2$



Introducción

- **Operación** **cíclica** **basada en** ***campañas de producción mixtas***



Problema de Scheduling Cíclico

Introducción

Trabajos previos

Pocos trabajos abordan el problema de scheduling considerando campañas de producción. Limitaciones a plantas batch multiproducto con:

- Una unidad por etapa y política de transferencia sin espera o Zero-Wait (ZW).
- Unidades paralelas considerando la política Unlimited Intermediate Storage (UIS), la cual simplifica la formulación pero es impracticable.

Objetivo

Desarrollar un modelo matemático que permita determinar el scheduling óptimo de las bachadas que componen la campaña de producción de una planta batch multiproducto multietapa, considerando que la campaña es ejecutada cíclicamente sobre un horizonte de tiempo.

Definición del problema

Dados:

- **la topología de la planta, (donde se asumen: <u>Unidades paralelas</u> idénticas operando fuera de fase en cada etapa, y Política de transferencia ZW)**
- **el conjunto de bachadas que componen la campaña, donde algunas de ellas pueden ser del mismo producto,**
- **los tiempos de procesamiento de cada bachada.**

Determinar:

- **la asignación de bachadas a unidades en cada etapa,**
- **la secuencia de producción en cada unidad,**
- **los tiempos iniciales y finales de procesamiento de las bachadas en las correspondientes unidades.**

Función objetivo: Minimización del Tiempo de Ciclo de la campaña

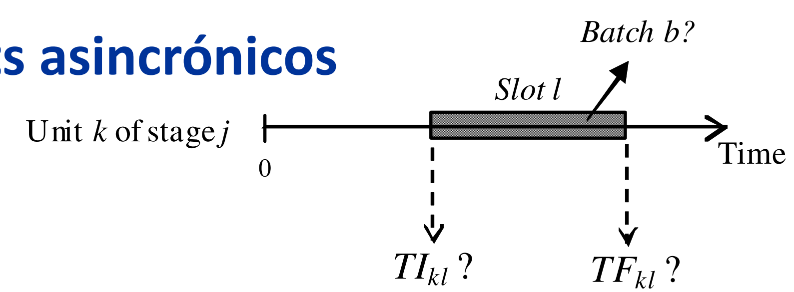
Estrategia de resolución

Modelos de optimización

Modelo Simplificado (PS) | **Modelo Detallado (PD)**

Principales características de los modelos propuestos:

- **Formulaciones MILP (mixed-integer linear programming)**
- **Representación de tiempo-continuo**
- **Representación basada en Slots asincrónicos**



Formulaciones matemáticas

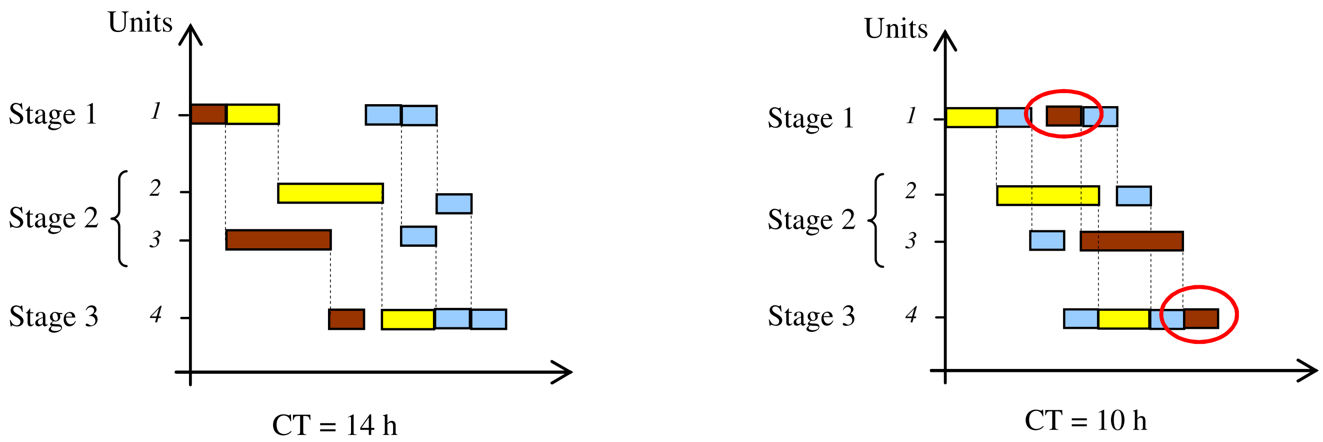
✓ Modelo Simplificado (PS)

Principales características:

- **Restricción de preordenamiento en la asignación de bachadas**

⬇

cada bachada es procesada en el mismo slot en todas las etapas



Formulaciones matemáticas

✓ Modelo Simplificado (PS)

Principales características:

- **Restricción de preordenamiento en la asignación de bachadas**

⬇

cada bachada es procesada en el mismo slot en todas las etapas

Variables binarias:

$$Z_{bl} = \begin{cases} 1 & \text{si la bachada } b \text{ es asignada al slot } l, \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$X_{kl} = \begin{cases} 1 & \text{si el slot } l \text{ es procesado en la unidad } k, \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$Y_{bkl} = \begin{cases} 1 & \text{si las variables } Z_{bl} \text{ y } X_{kl} \text{ asumen, simultáneamente, el valor } 1, \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Formulaciones matemáticas

✓ **Modelo Simplificado (PS)**

Principales características:

- **Restricción de preordenamiento en la asignación de bachadas**

↓

cada bachada es procesada en el mismo slot en todas las etapas

Relaciones lógicas:

$$Z_{bl} = 0 \Rightarrow Y_{bkl} = 0, \qquad \forall j \in J, b \in B,\ k \in K_j, 1 \leq l \leq L_{kj}$$

$$X_{kl} = 0 \Rightarrow Y_{bkl} = 0, \qquad \forall j \in J, b \in B, k \in K_j,\ 1 \leq l \leq L_{kj}$$

$$Z_{bl} = 1 \wedge X_{kl} = 1 \Rightarrow Y_{bkl} = 1, \qquad \forall j \in J, b \in B,\ k \in K_j,\ 1 \leq l \leq L_{kj}$$

Formulaciones matemáticas

✓ Modelo Simplificado (PS)

Principales características:

- **Restricción de preordenamiento en la asignación de bachadas**

↓

cada bachada es procesada en el mismo slot en todas las etapas

Ecuaciones lineales:

$$Y_{bkl} \leq Z_{bl}, \qquad \forall j \in J, b \in B,\ k \in K_j, 1 \leq l \leq L_{kj}$$

$$Y_{bkl} \leq X_{kl}, \qquad \forall j \in J, b \in B, k \in K_j,\ 1 \leq l \leq L_{kj}$$

$$Y_{bkl} \geq X_{kl} + Z_{bl} - 1, \qquad \forall j \in J, b \in B,\ k \in K_j,\ 1 \leq l \leq L_{kj}$$

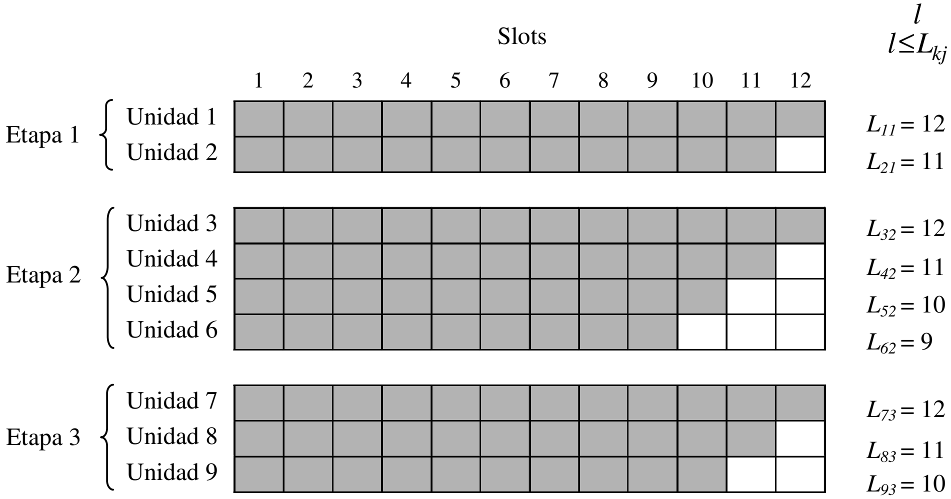
Formulaciones matemáticas

✓ Modelo Simplificado (PS)

Principales características:

- **Restricción de preordenamiento en la asignación de bachadas**
- **Número de slots postulados para cada unidad**

$$\sum_{\substack{l \\ l \le L_{kj}}} 2^l X_{kl} \ge \sum_{\substack{l \\ l \le L_{k+1\,j}}} 2^l X_{k+1\,l}, \qquad \forall j \in J,\ k, k+1 \in K_j$$



Campaña $|B| = 12$ bachadas

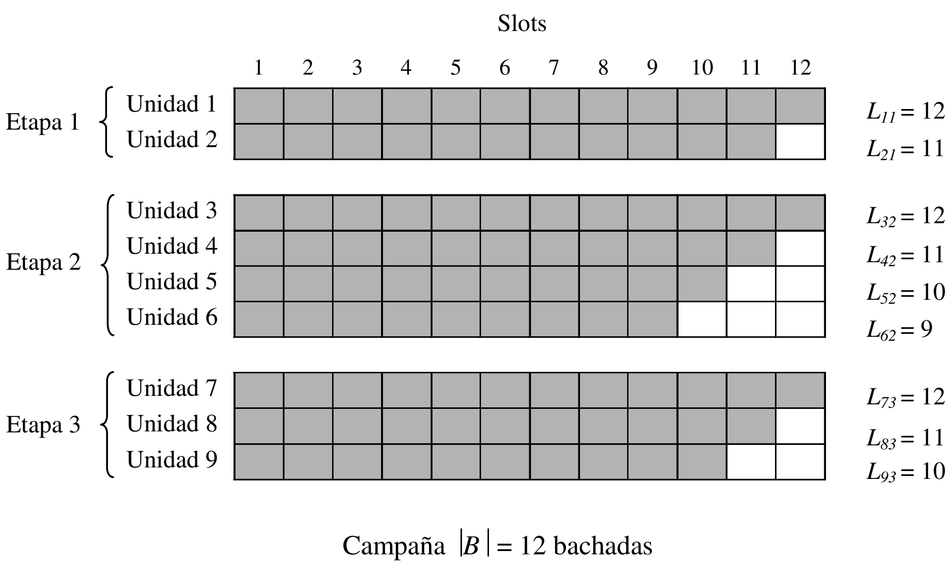
$$\sum_{l=1}^{n-1} 2^l = 2^n - 2 < 2^n$$

Formulaciones matemáticas

✓ Modelo Simplificado (PS)

Principales características:

- **Restricción de preordenamiento en la asignación de bachadas**
- **Número de slots postulados para cada unidad**



$$L_{kj} = |B|, \qquad k = k^{j}_{first}, \; j \in J$$

$$L_{kj} = L_{k-1\,j} - 1, \quad k \in K_j - \{k^{j}_{first}\}, \; j \in J$$

Formulaciones matemáticas

✓ **Modelo Simplificado (PS)**

Principales características:

- **Restricción de preordenamiento en la asignación de bachadas**
- **Número de slots postulados para cada unidad**
- **Función objetivo:** $\mathbf{Min}\ \ CT^{PS}$

$$CT^{PS} = \max_{j \in J}\left\{ \max_{k \in K} \left\{ TF_{kL_{kj}} - TI_{k\tilde{l}_k} \right\}\right\} \qquad \tilde{l}_k = \min\left\{ 1 \le l \le L \,/\, X_{kl} = 1 \right\}$$

Formulaciones matemáticas

✓ Modelo Detallado (PD)

Principales características:

- **NO existe restricción de preordenamiento en la asignación de bachadas**
- **Número de slots postulados para cada unidad**

↓

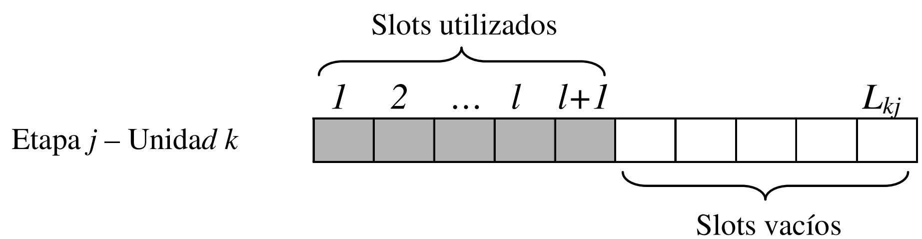
Parámetro importante para la performance computacional del modelo

Formulaciones matemáticas

✓ Modelo Detallado (PD)

Principales características:

- **NO existe restricción de preordenamiento en la asignación de bachadas**
- **Número de slots postulados para cada unidad**



$$X_{kl} \geq X_{kl+1}, \qquad \forall j \in J, k \in K_j,\ 1 \leq l \leq L_{kj}$$

$$\sum_{\substack{l \\ l \leq L_{kj}}} X_{kl} \geq \sum_{\substack{l \\ l \leq L_{k+1\,j}}} X_{k+1l}, \qquad \forall j \in J,\ \ k, k+1 \in K_j$$

Formulaciones matemáticas

✓ Modelo Detallado (PD)

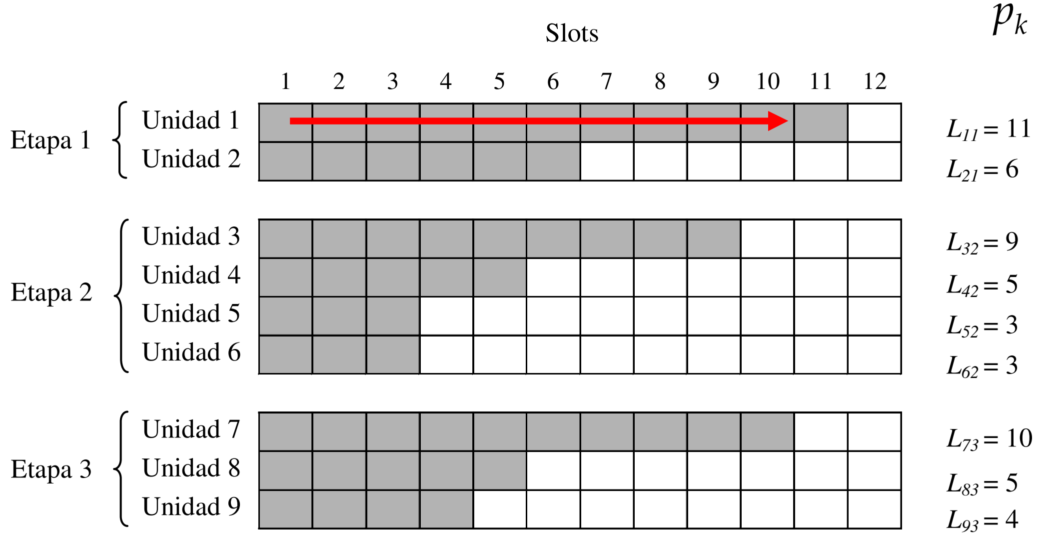
Número de slots postulados para cada unidad

$$L_{kj} = \left\lfloor \frac{|B| - |K_j| + p_k}{p_k} \right\rfloor, \qquad \forall j \in J,\ k \in K_j$$

$|B|$ cantidad total de bachadas que se deben procesar

$|K_j|$ número de unidades paralelas de la etapa j

p_k posición de la unidad k en la etapa j



✓ **Orden ascendente**

✓ **Sucesión decreciente**

Formulaciones matemáticas

✓ Modelo Detallado (PD)

Principales características:

- **NO existe restricción de preordenamiento en la asignación de bachadas**
- **Número de slots postulados para cada unidad**
- **Función Objetivo:** $\textbf{Min}\ \ CT^{PD}$

donde

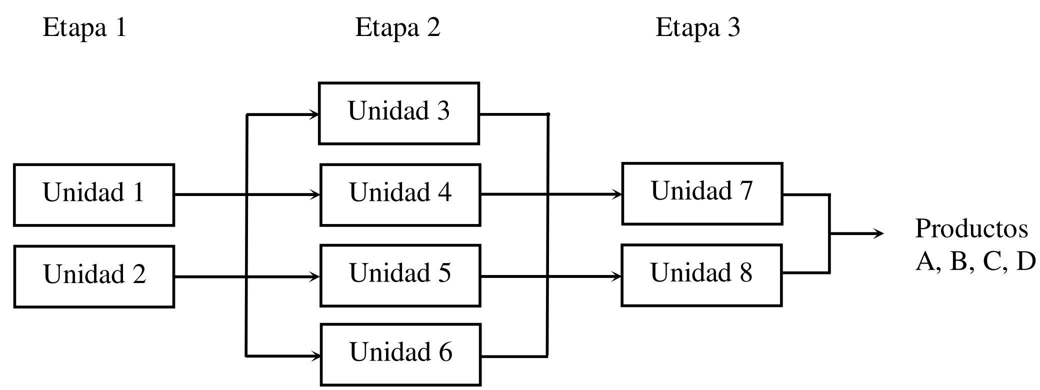
$CT^{PD} \leq CT^{PS}$ $\longrightarrow$ Solución óptima obtenida del modelo simplificado (PS)

$$CT^{PD} \geq \sum_{b \in B} \sum_{\substack{l \\ 1 \leq l \leq L_{kj}}} t_{bj}\, Y_{bkl}, \qquad \forall j \in J, k \in K_j$$

Ejemplo 1

Datos del problema

- **Topología de la planta**



- **Campaña: 8 bachadas**

  2 → A

  1 → B

  3 → C

  2 → D

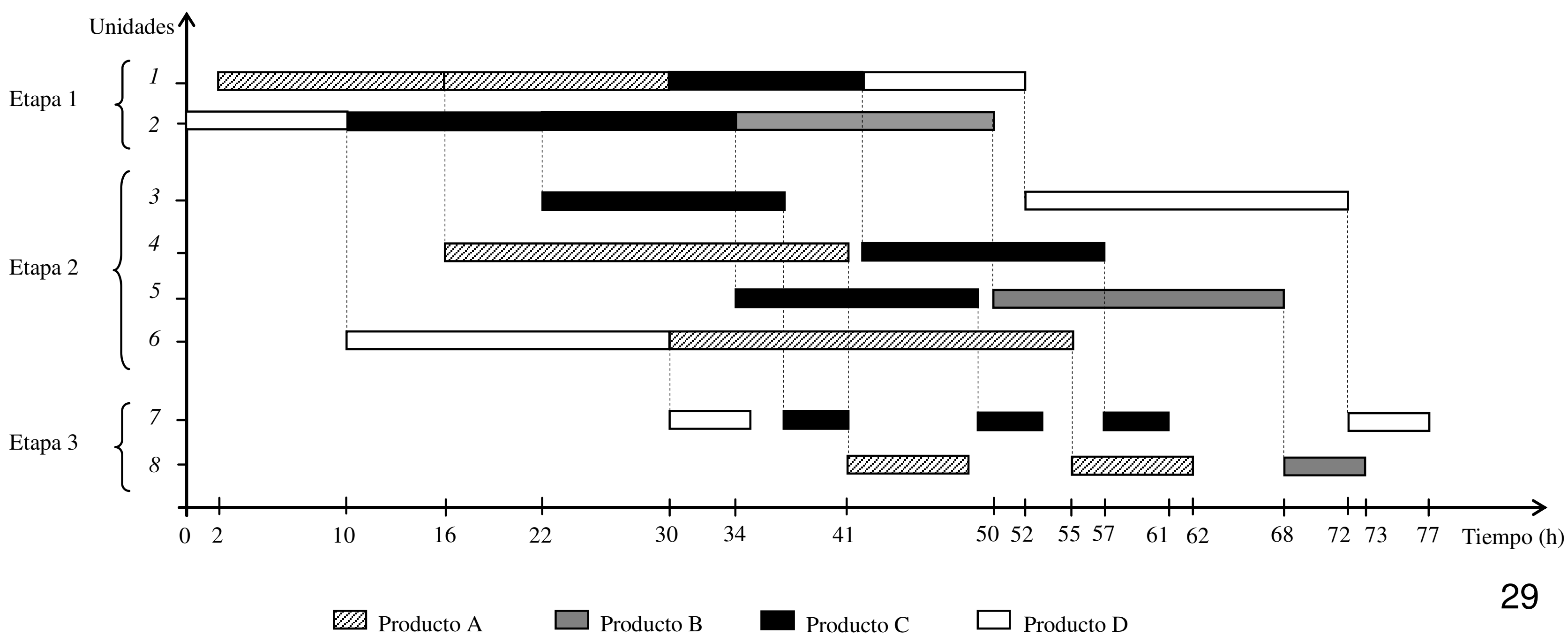
Bachadas	Tiempo de procesamiento: t_{bj} (h)		
	Etapa 1	Etapa 2	Etapa 3
b	$k = 1, 2$	$k = 3, 4, 5, 6$	$k = 7, 8$
1 (A)	14	25	7
2 (A)	14	25	7
3 (B)	16	18	5
4 (C)	12	15	4
5 (C)	12	15	4
6 (C)	12	15	4
7 (D)	10	20	5
8 (D)	10	20	5

Ejemplo 1

Modelo Simplificado (PS) - Modelo Detallado (PD)

Solución óptima: $CT^{PS} = CT^{PD} = 50$ h

Diagrama de Gantt de la campaña



Ejemplo 1

Resumen Computacional

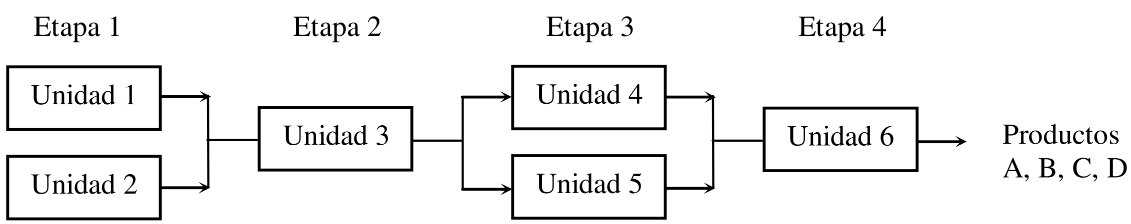
Modelo	Función Objetivo	Restricciones	Variables		Nodos	Tiempo de CPU (s)
			Binarias	Continuas		
Simplificado (PS)	50	1401	120	562	673	7.60
Detallado (PD)	50	4807	306	70	350	5.46
PD sin considerar PS	50	4807	306	70	1513	24.97

GAMS 23.3, CPLEX 12.1, gap 0% - Intel Core i7, 2.8 GHz

Ejemplo 2

Datos del problema

- **Topología de la planta**



- **Campaña: 7 bachadas**

  2 → A

  2 → B

  2 → C

  1 → D

Bachadas	Tiempo de procesamiento: t_{bj} (h)			
	Etapa 1	Etapa 2	Etapa 3	Etapa 4
b	$k = 1, 2$	$k = 3$	$k = 4, 5$	$k = 6$
1 (A)	3	2	6	5
2 (A)	3	2	6	5
3 (B)	6	2	2	2
4 (B)	6	2	2	2
5 (C)	6	1	10	5
6 (C)	6	1	10	5
7 (D)	10	2	6	5

Ejemplo 2

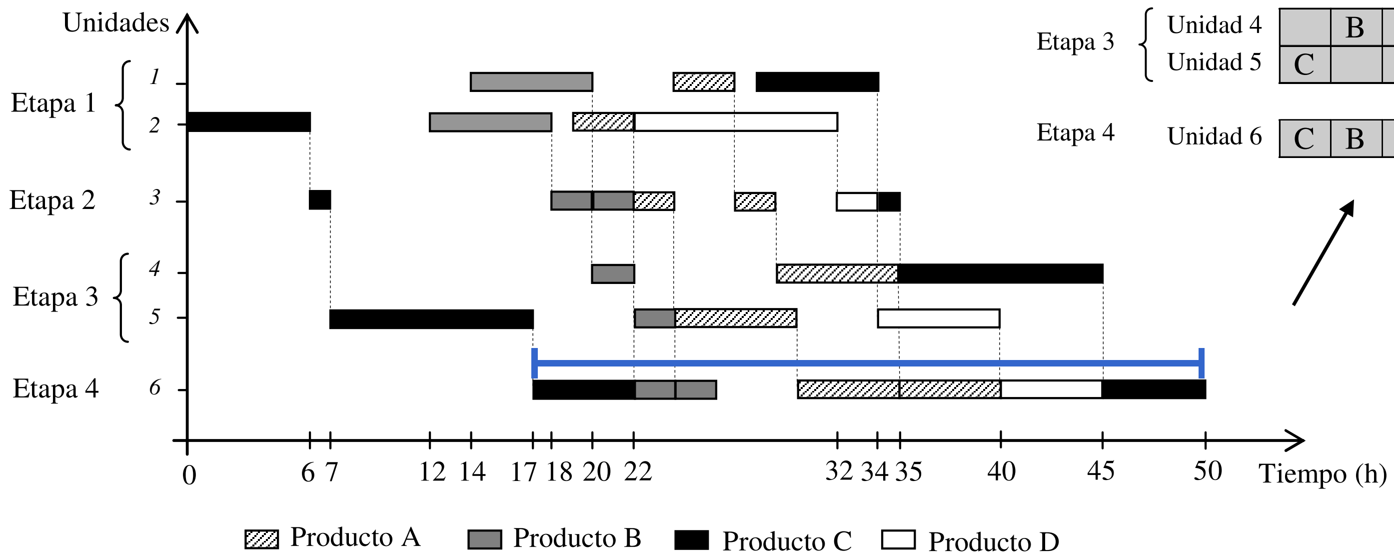
✓ Modelo Simplificado (PS)

Solución óptima: $CT^{PS} = 33\ \text{h}$

Diagrama de Gantt de la campaña

Slots

Etapa	Unidad	1	2	3	4	5	6	7	
Etapa 1	Unidad 1			B		A		C	$L_{11} = 7$
	Unidad 2	C	B		A		D		$L_{21} = 6$
Etapa 2	Unidad 3	C	B	B	A	A	D	C	$L_{32} = 7$
Etapa 3	Unidad 4		B			A		C	$L_{43} = 7$
	Unidad 5	C		B	A		D		$L_{53} = 6$
Etapa 4	Unidad 6	C	B	B	A	A	D	C	$L_{64} = 7$

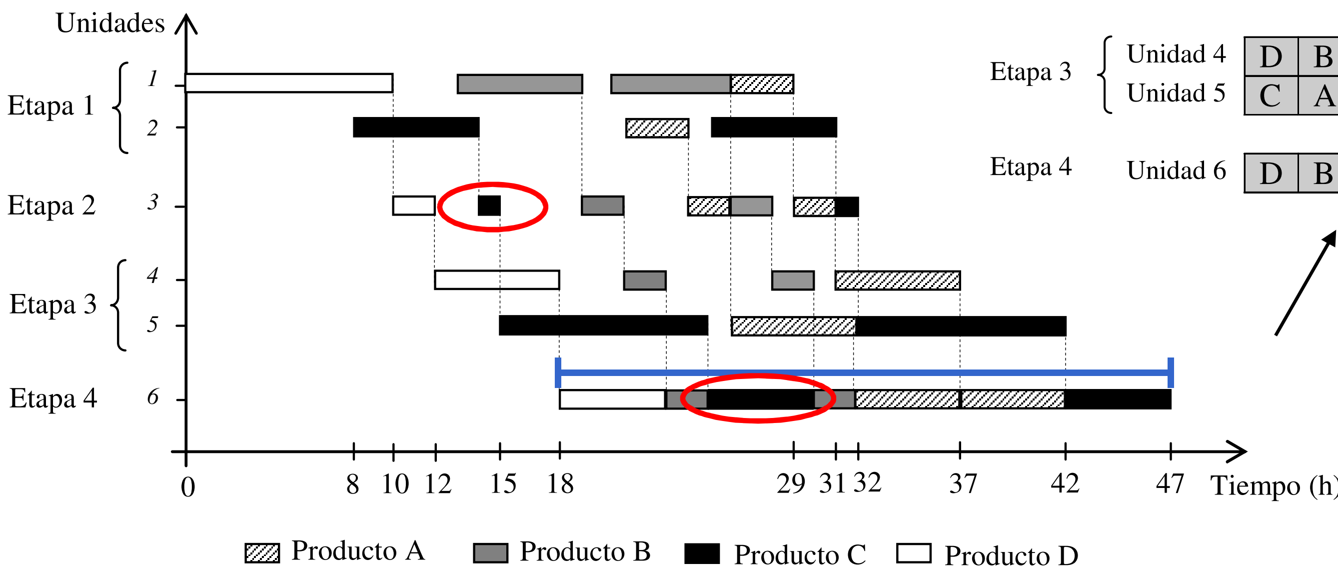


Ejemplo 2

✓ Modelo Detallado (PD)

Solución óptima: $CT^{PD} = 29$ h

Diagrama de Gantt de la campaña



Slots

		1	2	3	4	5	6	7	
Etapa 1	Unidad 1	D	B	B	A				$L_{11} = 6$
	Unidad 2	C	A	C					$L_{21} = 3$
Etapa 2	Unidad 3	D	C	B	A	B	A	C	$L_{32} = 7$
Etapa 3	Unidad 4	D	B	B	A				$L_{43} = 6$
	Unidad 5	C	A	C					$L_{53} = 3$
Etapa 4	Unidad 6	D	B	C	B	A	A	C	$L_{64} = 7$

Ejemplo 2

Resumen Computacional

Modelo	Función Objetivo	Restricciones	Variables		Nodos	Tiempo de CPU (s)
			Binarias	Continuas		
Simplificado (PS)	33	957	89	362	2390	5.54
Detallado (PD)	29	3177	256	66	11114	45.01
PD sin considerar PS	29	3177	256	66	132217	660.56

GAMS 23.3, CPLEX 12.1, gap 0% - Intel Core i7, 2.8 GHz

Ejemplo 2

Función Objetivo: Tiempo de Ciclo vs. Makespan

Modelo Detallado (PD)

Horizonte: 6000 horas

Función Objetivo	Tiempo ciclo Campaña (h)	Makespan Campaña (h)	Nro. Repeticiones campaña	Tiempo ocioso total (h)
Tiempo de Ciclo	29	47	206	10820
Makespan	32	39	187	12945

↓ 16.4% tiempo ocioso

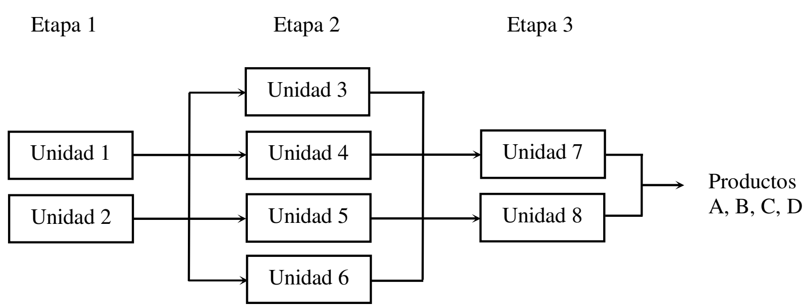
↑ 10% en la producción

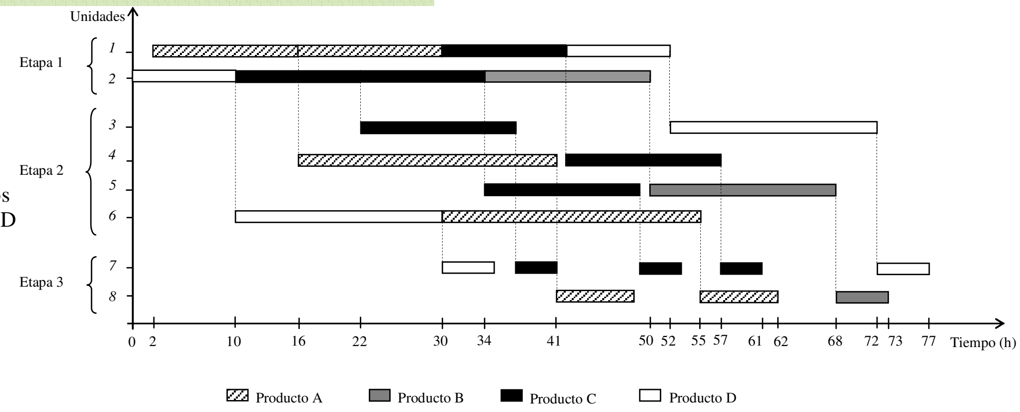
Scheduling de procesos batch

La mayoría de los trabajos involucran las siguientes decisiones:

- **asignación de bachadas a unidades,**
- **secuencia de producción en las unidades,**
- **tiempos de procesamiento iniciales y finales de las bachadas en cada unidad**

→ ***Problema de scheduling***





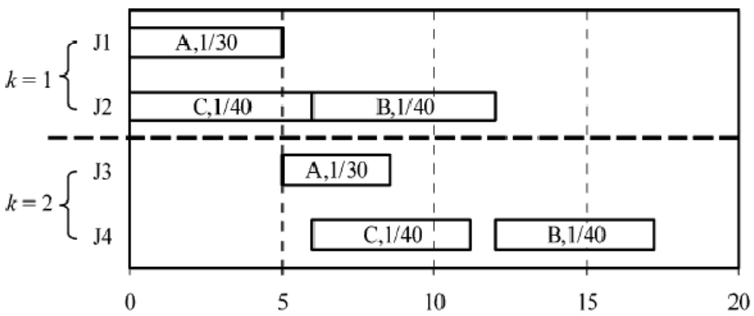
A → 2, B → 1, C → 3, D → 2

Problema de batching: ***es resuelto previamente y su resultado es un dato para el problema de scheduling.***

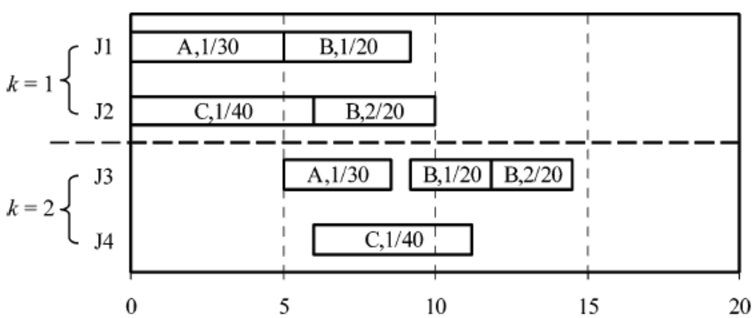
Batching y Scheduling

		example 1	
stages	units	b_j^{min} (kg)	b_j^{max} (kg)
1	J1	10	30
	J2	20	40
	J3	20	35
2	J4	25	50

orders	q_i (kg)
A	30
B	40
C	40



Enfoque secuencial – MK = 17.2 h



Enfoque simultáneo – MK = 14.5 h

Objective

Develop a mathematical model for the simultaneous optimization of batching and scheduling of multiproduct batch plants, considering mixed product campaign-based operation mode.

Assuming:

- ✓ **Know demands of each product in the campaign**
- ✓ **Non-identical parallel units operating out-of-phase in each unit**
- ✓ **Transfer policy between stages $\rightarrow$ Zero-Wait**
- ✓ **Sequence-dependent changeover times**

Problem definition

Given are:

- **Plant topology (plant configuration and unit sizes)**
- **the total amount of each product to be produced in the campaign,**
- **the product recipes,**

Determine:

- **the number and size of batches that compose the campaign,** ***Batching***
- **the batches assignment to units,**
- **the sequencing of batches in each unit,** ***Scheduling***
- **the initial and final times of the batches processed in each unit**

Objective function: Campaign cycle time minimization.

Mathematical model

- **MILP formulations,**
- **Slot-based, continuous-time representation for scheduling decisions,**

Decision variable

→ campaign composition

Number of proposed slots:

- Unknown parameter

- Affects the computational performance of the model

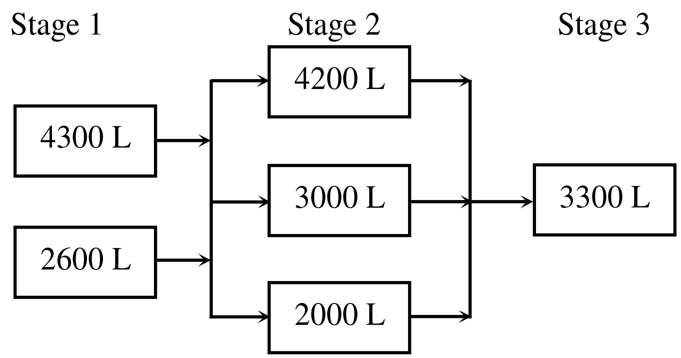
- **Constraints: Batches selection and sizing, assignment and sequencing, timing,**
- **Solution strategy:**

→ Simplified Model SP: preordering constraint in the assignment of batches

→ Detailed Model DP: exact scheduling of the batches

Example – Model parameters

✓ **Plant structure:**



✓ **Amount required of each product in the campaign:**

$$Q_A = 8000 \text{ kg}, \quad Q_B = 6000 \text{ kg}, \quad Q_C = 3000 \text{ kg}$$

✓ **Product recipes:**

Product	Processing time: t_{ik} (h)						Size factor: SF_{ij} (L/kg)		
	Stage 1		Stage 2			Stage 3	Stage 1	Stage 2	Stage 3
i	1	2	3	4	5	6	$k = 1, 2$	$k = 3, 4, 5$	$k = 6$
A	14	9	25	18	12	7	0.70	0.60	0.65
B	16	10	18	13	9	5	0.60	0.70	0.85
C	12	8	15	11	8	4	0.70	0.65	0.70

Example – Model parameters

✓ **Sequence-dependent changeover times:**

Product	Sequence-dependent changeover time: $c_{ii'k}$ (h)														
	Stage 1			Stage 2									Stage 3		
	$k = 1, 2$			$k = 3$			$k = 4$			$k = 5$			$k = 6$		
i	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C
A	1	1	1	0	6	6	0	4	4	0	2	2	0	2	1
B	0.25	2	1	6	0	6	4	0	4	2	0	2	2.15	0	2.25
C	2	0.5	0	6	6	0	1	1	0	2	2	0	0	1	0

$$B_i^{max} = \min_{j \in J} \left\{ \max_{k \in K_j} \left\{ \frac{V_k}{SF_{ij}} \right\} \right\} \qquad NBC_i^{LOW} = \left\lceil \frac{Q_i}{B_i^{max}} \right\rceil \qquad \forall i$$

$$B_i^{min} = \max_{j \in J} \left\{ \min_{k \in K_j} \left\{ \alpha_{ik} \frac{V_k}{SF_{ij}} \right\} \right\} \qquad NBC_i^{UP} = \left\lfloor \frac{Q_i}{B_i^{min}} \right\rfloor \qquad \forall i$$

Example – Optimal solution

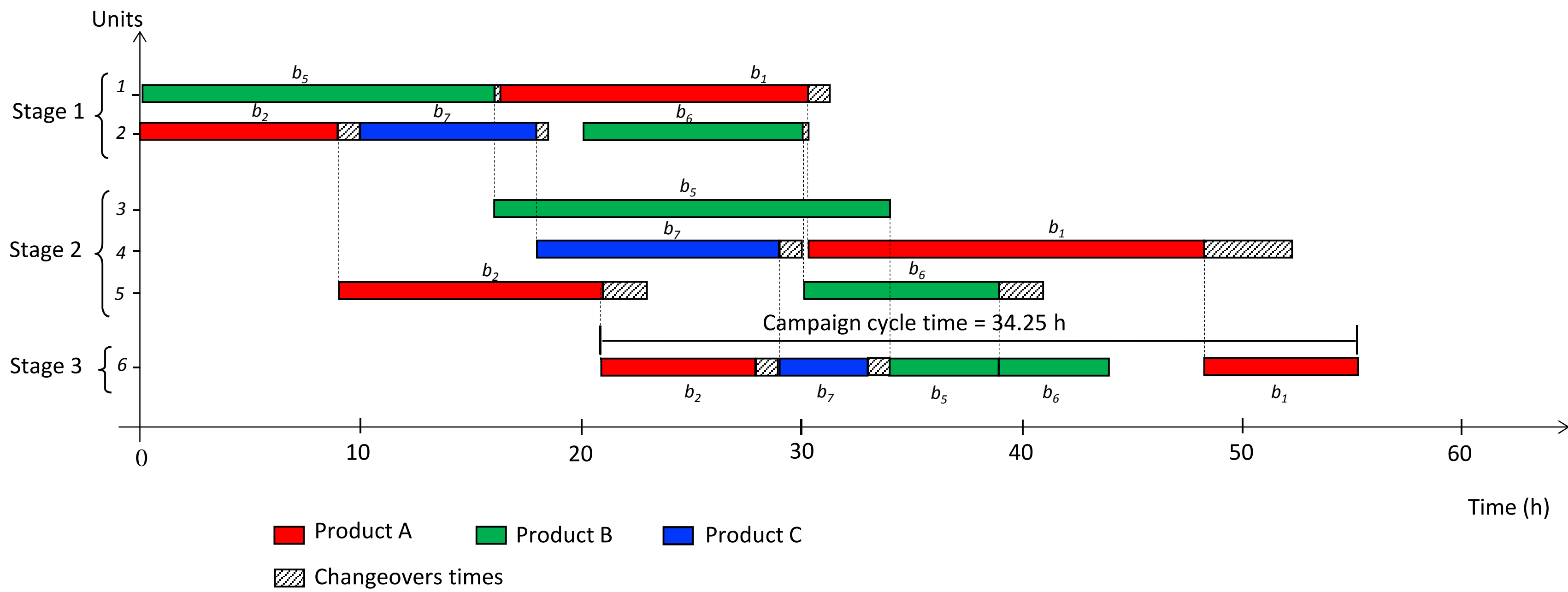
Optimal campaign:

2 batches of A, with sizes: B_{A1} = 5000 kg, B_{A2} = 3000 kg

2 batches of B, with sizes: B_{B1} = 3833 kg, B_{B2} = 2167 kg

1 batch of C, with size: B_{C1} = 3000 kg

Gantt chart for the campaign



Example – Computational summary

✓ The model was implemented and solved in GAMS

✓ Solver: CPLEX 12.5 (0% optimality gap)

# constraints:	6436
# continuous variables:	1424
# binary variables:	148
CPU time:	35.1 s

Planning and scheduling

Objective:

Develop a multiperiod MILP model for the simultaneous optimization of production planning and scheduling of multiproduct batch plants, considering mixed product campaign-based operation mode.

Assumptions for the multistage multiproduct batch plant:

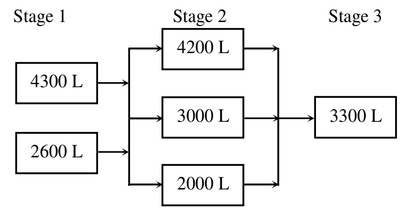
- ✓ **Non-Identical parallel units operating out-of-phase in each stage,**
- ✓ **Transfer policy between stages $\rightarrow$ Zero-Wait,**
- ✓ **Sequence-dependent changeover times.**

Problem Definition

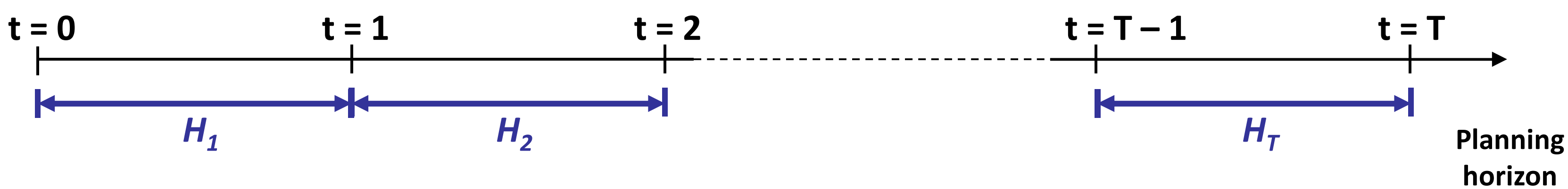
Given:

- **a multiproduct batch plant:**

  → structure and unit sizes are known



- **a planning horizon *H*, which divided into $t = 1, 2, \ldots, T$ time period of length H_t**



- **products that must be produced along the time horizon *H*,**

- **raw materials required for the manufacture of products,**

Problem Definition

and for each period *t*:

- size factor and processing time of each product,
- sequence-dependent changeover times,
- availability of raw materials,
- lower an upper bounds on demands of each product,
- conversion factor raw material-product,
- initial inventories of raw materials and products,
- lifetime of raw materials and products,
- final product sales prices, and costs of raw materials, inventories, operation, waste disposal.

Problem Definition

Determine, for each time period:

- ✓ **production planning**
  - amounts of products produced and sold,
  - amounts of raw materials purchased and used for the production,
  - inventories of raw materials and products,
  - wastes of raw materials and products,
- ✓ **batching and production scheduling**
  - composition of the campaign (batch number and sizes of each product)
  - assignment of batches to units in each stage,
  - production sequence in each unit,
  - initial and final processing times of processed batches, and campaign cycle time,
  - number of repetitions of the campaign.

Objective function: **Maximize Net Benefit = Sales – Total costs**

Mathematical formulation

- **Production planning constraints**
  - Mass balances
  - Levels of raw material and product inventories
  - Limited storage capacities
  - Lifetime of raw materials and products
  - Penalties by late deliveries

Mathematical formulation

- **Batches selection and sizing constraints**

$$z_{ibt} = \begin{cases} 1 & \text{if batch } b \text{ of product } i \text{ is processed in the campaign of period } t, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$z_{ib+1t} \le z_{ibt} \qquad \forall i,t,b \in IB_{it}, b+1 \in IB_{it}$$

$$B_{ib+1t} \le B_{ibt} \qquad \forall i,t,b \in IB_{it}, b+1 \in IB_{it}$$

$$B_{it}^{min} z_{ibt} \le B_{ibt} \le B_{it}^{max} z_{ibt} \quad i,t,b \in IB_{it}$$

$$q_{it} = \sum_{b \in IB_{it}} B_{ibt} NC_t \qquad \forall i,t$$

Mathematical formulation

- **Batches selection and sizing constraints**

$$z_{ibt} = \begin{cases} 1 & \text{if batch } b \text{ of product } i \text{ is processed in the campaign of period } t, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$z_{ib+1t} \leq z_{ibt} \qquad \forall i,t,b \in IB_{it}, b+1 \in IB_{it}$$

$$B_{ib+1t} \leq B_{ibt} \qquad \forall i,t,b \in IB_{it}, b+1 \in IB_{it}$$

$$B^{min}_{it} z_{ibt} \leq B_{ibt} \leq B^{max}_{it} z_{ibt} \quad i,t,b \in IB_{it}$$

$$q_{it} = \sum_{b \in IB_{it}} B_{ibt} NC_t \qquad \forall i,t \qquad NC_t = \sum_{m=0}^{M_t} x_{mt} 2^m \quad \forall t$$

$$M_t = ceil\left(log_2 (NC^{UP}_t + 1) - 1\right)$$

Non linear

Mathematical formulation

- **Batches selection and sizing constraints**

$$z_{ibt} = \begin{cases} 1 & \text{if batch } b \text{ of product } i \text{ is processed in the campaign of period } t, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$z_{ib+1t} \leq z_{ibt} \qquad \forall i,t,b \in IB_{it}, b+1 \in IB_{it}$$

$$B_{ib+1t} \leq B_{ibt} \qquad \forall i,t,b \in IB_{it}, b+1 \in IB_{it}$$

$$B_{it}^{min} z_{ibt} \leq B_{ibt} \leq B_{it}^{max} z_{ibt} \quad i,t,b \in IB_{it}$$

$$q_{it} = \sum_{b \in IB_{it}} \sum_{m=0}^{M_t} x_{mt} B_{ibt} 2^m \qquad \forall i,t$$

Non linear

$$q_{it} = \sum_{b \in IB_{it}} \sum_{m=0}^{M_t} 2^m w_{ibmt} \qquad \forall i,t$$

w_{ibmt} is equal to B_{ibt} if x_{mt} take value 1, and 0 otherwise

Mathematical formulation

- **Batches selection and sizing constraints**

$$z_{ibt} = \begin{cases} 1 & \text{if batch } b \text{ of product } i \text{ is processed in the campaign of period } t, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$z_{ib+1t} \leq z_{ibt} \qquad \forall i,t,b \in IB_{it}, b+1 \in IB_{it}$$

$$B_{ib+1t} \leq B_{ibt} \qquad \forall i,t,b \in IB_{it}, b+1 \in IB_{it}$$

$$B_{it}^{min} z_{ibt} \leq B_{ibt} \leq B_{it}^{max} z_{ibt} \quad i,t,b \in IB_{it}$$

$$q_{it} = \sum_{b \in IB_{it}} \sum_{m=0}^{M_t} 2^m w_{ibmt} \quad \forall i,t$$

LINEAR

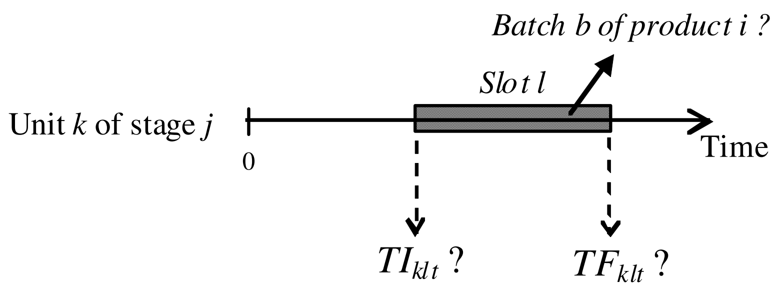
$$w_{ibmt} - B_{ibt} \geq M_1 (x_{mt} - 1) \quad \forall i,t,b \in IB_{it}, m$$

$$w_{ibmt} \leq B_{ibt} \quad \forall i,t,b \in IB_{it}, m \qquad w_{ibmt} \leq B_{it}^{max} x_{mt} \quad \forall i,t,b \in IB_{it}, m$$

Mathematical formulation

- **Assignment, sequencing and timing constraints**

Asynchronous slot-based continuous-time representation



$$Y_{bklt} = \begin{cases} 1 & \text{if batch } b \text{ is assigned to slot } l \text{ of unit } k \text{ of stage } j \text{ in period } t, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Decision variable

→ **campaign composition**

Number of proposed slots:

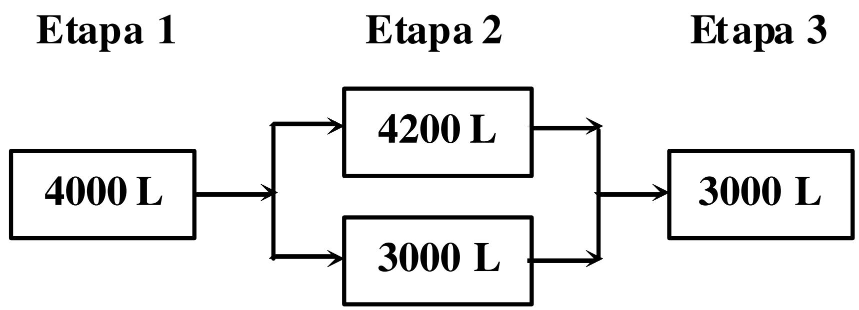
- Unknown parameter

- Affects the computational performance of the model

- **MILP model**

Example: Problem data

- Plant structure and unit sizes



- 2 raw materials: C1, C2 (lifetime: 2 periods)

- 3 products: A, B, C (lifetime: 3 periods)

- H = planning horizon = 576 h $\rightarrow$ $H_t = 144$ h, $t = 1, 2, 3, 4$

- Batches proposed for each product: IB_A={b1, b2, b3}, IB_B={b4, b5, b6}, IB_C={b7, b8, b9}

- Upper bound for the number of repetitions of the campaign: 12.

$\rightarrow$ 2-based representation for the variable representing this number

Example: Problem data

Product	Processing time t_{ij} (h)				Size Factor SF_{ij} (L/kg)			Conversion factor F_{cit}	
	J1	J2		J3	J1	J2	J3		
	K1	K2	K3	K4	K1	K2, K3	K4	C1	C2
A	13	24	20	7	0.70	0.60	0.50	0.5	1.5
B	16	18	18	5	0.60	0.70	0.45	1.0	1.2
C	12	15	12	4	0.70	0.65	0.55	0.7	1.0

Product	Sequence-dependent changeover times: $c_{ii'k}$ (h)								
	J1			J2			J3		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C
A	0.0	0.5	0.3	0.25	0.3	0.4	0.0	1.0	0.0
B	0.0	0.0	1.0	1.2	0.25	0.8	0.5	0.0	0.8
C	1.5	0.0	0.0	1.5	0.5	0.25	2.25	1.0	0.25

Period	Raw material costs ($/kg)		Products prices ($/kg)			Bounds on demands $DE_{it}^L - DE_{it}^U$ ($\times 10^3$ kg)		
t	C1	C2	A	B	C	A	B	C
1	0.5	1.4	2.05	2.60	2.00	7.5 – 15.0	8.25 – 16.5	4.5 – 9.0
2	1.0	0.6	2.25	2.60	2.20	8.25 – 16.5	12.75 – 25.5	7.5 – 15.0
3	1.0	0.6	2.25	2.40	2.20	6.6 – 13.15	7.5 – 15.0	3.75 – 7.5
4	0.5	1.8	2.05	2.40	2.00	7.5 – 15.0	10.0 – 20.0	8.1 – 16.2

Example: Solution

Computational Perfomance

- **Constraints: 70296**
- **Continuous variables: 16396**
- **Binary variables: 1092**
- **CPU time (seconds): 1853.14**

GAMS 23.3, CPLEX 12.1, gap 0% - Intel Core i7, 2.8 GHz

Example: Solution

Objective function: $145634

Optimal production plan for each period *t*

Products (A, B, C) — **Raw Materials** (C1, C2)

	A ($\times 10^3$kg)			B ($\times 10^3$kg)			C ($\times 10^3$kg)			C1($\times 10^3$kg)		C2($\times 10^3$kg)	
t	q_{it}	QS_{it}	IP_{it}	q_{it}	QS_{it}	IP_{it}	q_{it}	QS_{it}	IP_{it}	C_{ct}	IM_{ct}	C_{ct}	IM_{ct}
1	15.0	15.0	0.0	18.0	16.5	1.5	15.0	9.0	6.0	112.71	76.734	128.26	69.18
2	19.65	16.5	3.15	24.0	25.5	0.0	10.9	15.0	1.9	0.0	35.27	0.0	0.0
3	10.0	13.15	0.0	15.0	15.0	0.0	21.8	7.5	16.2	0.0	0.0	101.32	46.5
4	15.0	15.0	0.0	20.0	20.0	0.0	0.0	16.2	0.0	27.50	0.0	0.0	0.0

Example: Solution

Objective function: $145634

Optimal production plan for each period *t*

production

Products | **Raw Materials**

	A ($\times 10^3$kg)			B ($\times 10^3$kg)			C ($\times 10^3$kg)			C1($\times 10^3$kg)		C2($\times 10^3$kg)	
t	q_{it}	QS_{it}	IP_{it}	q_{it}	QS_{it}	IP_{it}	q_{it}	QS_{it}	IP_{it}	C_{ct}	IM_{ct}	C_{ct}	IM_{ct}
1	15.0	15.0	0.0	18.0	16.5	1.5	15.0	9.0	6.0	112.71	76.734	128.26	69.18
2	19.65	16.5	3.15	24.0	25.5	0.0	10.9	15.0	1.9	0.0	35.27	0.0	0.0
3	10.0	13.15	0.0	15.0	15.0	0.0	21.8	7.5	16.2	0.0	0.0	101.32	46.5
4	15.0	15.0	0.0	20.0	20.0	0.0	0.0	16.2	0.0	27.50	0.0	0.0	0.0

Example: Solution

Objective function: $145634

Optimal production plan for each period *t*

sales

Products | **Raw Materials**

	A ($\times 10^3$kg)			B ($\times 10^3$kg)			C ($\times 10^3$kg)			C1($\times 10^3$kg)		C2($\times 10^3$kg)	
t	q_{it}	QS_{it}	IP_{it}	q_{it}	QS_{it}	IP_{it}	q_{it}	QS_{it}	IP_{it}	C_{ct}	IM_{ct}	C_{ct}	IM_{ct}
1	15.0	15.0	0.0	18.0	16.5	1.5	15.0	9.0	6.0	112.71	76.734	128.26	69.18
2	19.65	16.5	3.15	24.0	25.5	0.0	10.9	15.0	1.9	0.0	35.27	0.0	0.0
3	10.0	13.15	0.0	15.0	15.0	0.0	21.8	7.5	16.2	0.0	0.0	101.32	46.5
4	15.0	15.0	0.0	20.0	20.0	0.0	0.0	16.2	0.0	27.50	0.0	0.0	0.0

Example: Solution

Objective function: $145634

Optimal production plan for each period *t*

inventory

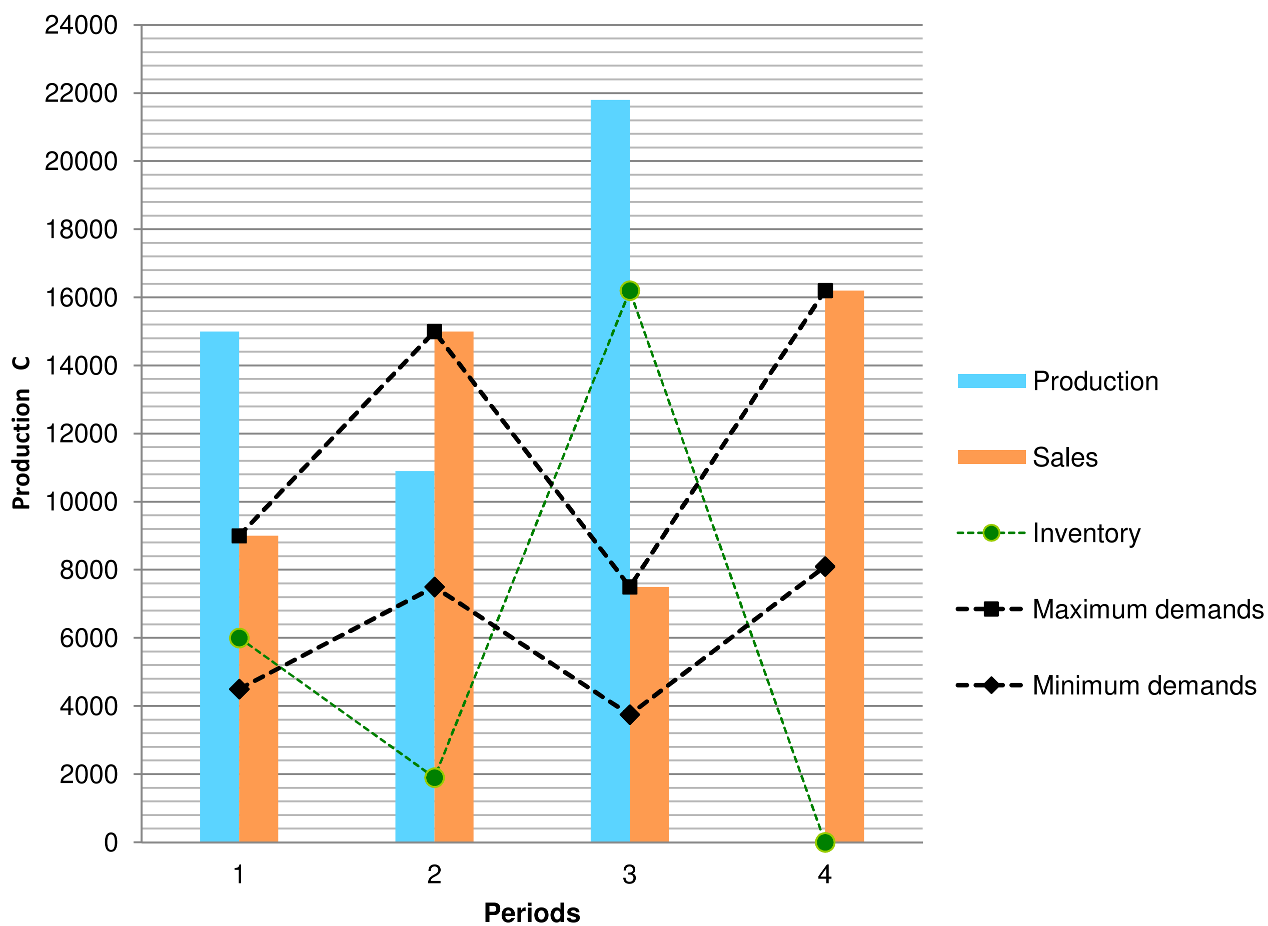
Products | **Raw Materials**

	A ($\times 10^3$kg)			B ($\times 10^3$kg)			C ($\times 10^3$kg)			C1($\times 10^3$kg)		C2($\times 10^3$kg)	
t	q_{it}	QS_{it}	IP_{it}	q_{it}	QS_{it}	IP_{it}	q_{it}	QS_{it}	IP_{it}	C_{ct}	IM_{ct}	C_{ct}	IM_{ct}
1	15.0	15.0	0.0	18.0	16.5	1.5	15.0	9.0	6.0	112.71	76.734	128.26	69.18
2	19.65	16.5	3.15	24.0	25.5	0.0	10.9	15.0	1.9	0.0	35.27	0.0	0.0
3	10.0	13.15	0.0	15.0	15.0	0.0	21.8	7.5	16.2	0.0	0.0	101.32	46.5
4	15.0	15.0	0.0	20.0	20.0	0.0	0.0	16.2	0.0	27.50	0.0	0.0	0.0

Example: Solution

Objective function: $145634

Levels of Production, Sales, Inventory for Product C



Example: Solution

Objective function: $145634

Optimal production campaign for each period *t*

Period t	Batch sizes for product A (kg)			Batch sizes for product B (kg)			Batch sizes for product C (kg)			Campaign cycle time: CTC_t (h)	Number of repetitions: NN_t
	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9		
1	5000	0	0	6000	0	0	4990	0	0	41.3	3
2	5000	4825	0	6000	6000	0	5455	0	0	70.8	2
3	5000	0	0	4166	3334	0	5455	5455	0	70.3	2
4	3750	0	0	5000	0	0	0	0	0	29.5	4

$$3000 \text{ kg} \le B_A \le 5714 \text{ kg}$$
$$3333 \text{ kg} \le B_B \le 6000 \text{ kg}$$
$$2857 \text{ kg} \le B_C \le 5455 \text{ kg}$$

Campaign period 1: 1A, 1B, 1C

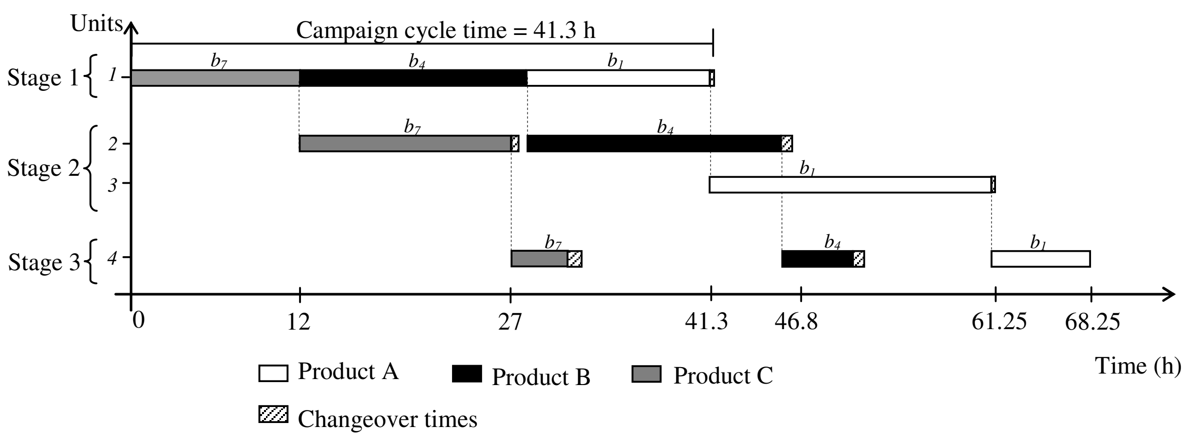
Campaign period 2: 2A, 2B, 1C

Campaign period 3: 1A, 2B, 2C

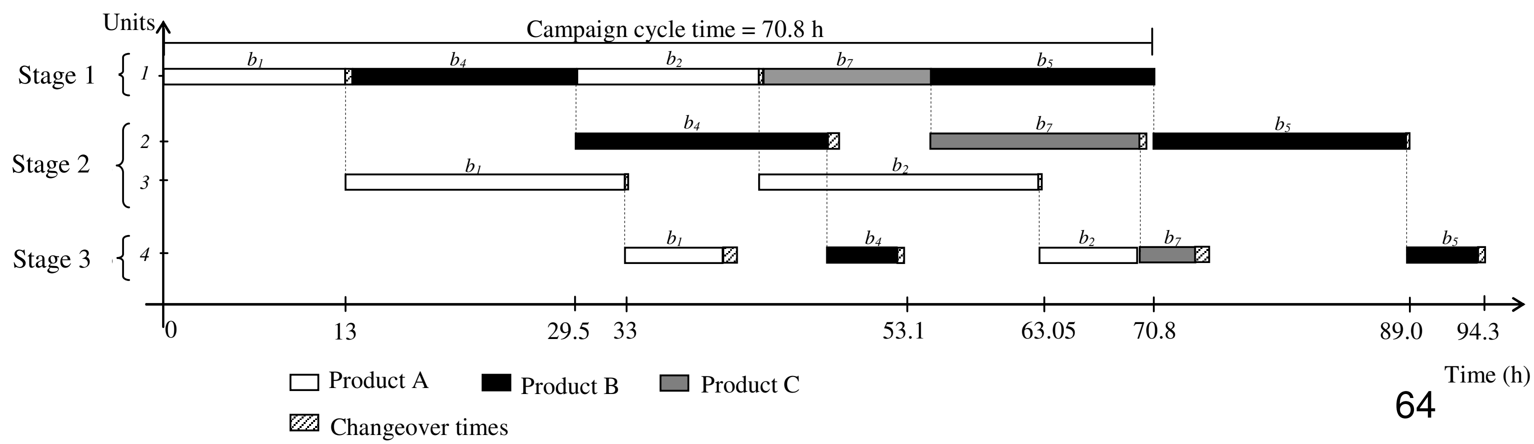
Campaign period 4: 1A, 1B

Example: Solution

Period 1

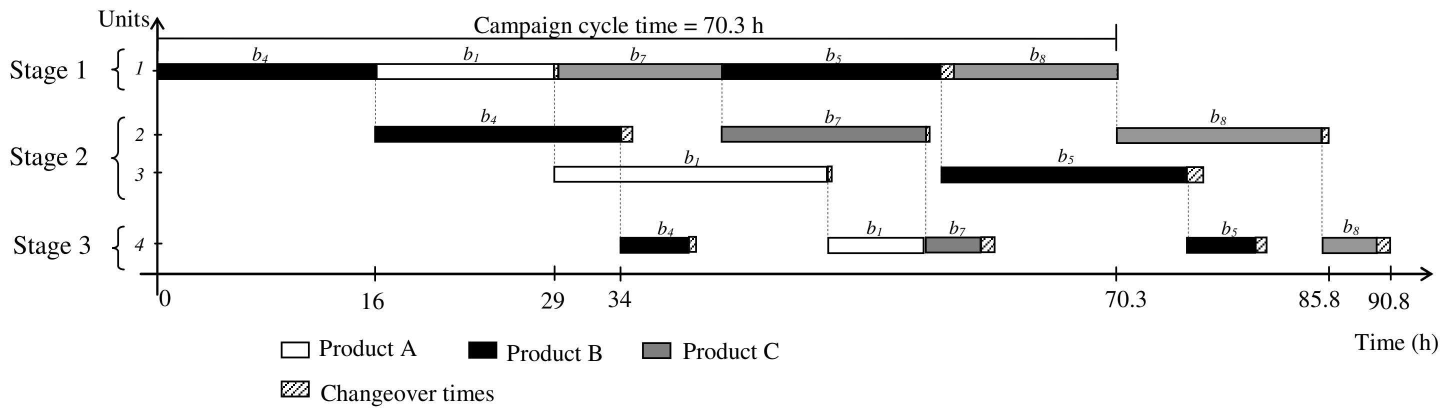


Period 2

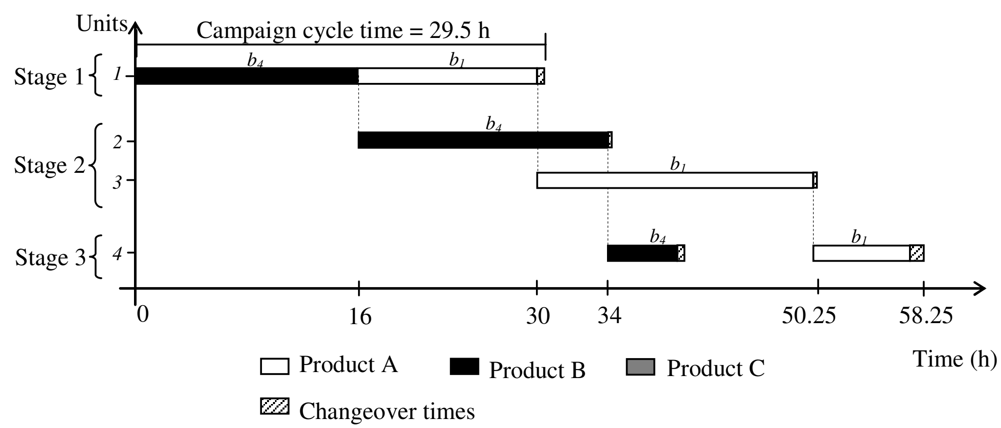


Example: Solution

Period 3



Period 4



Caso de estudio: Planta etanol y derivados

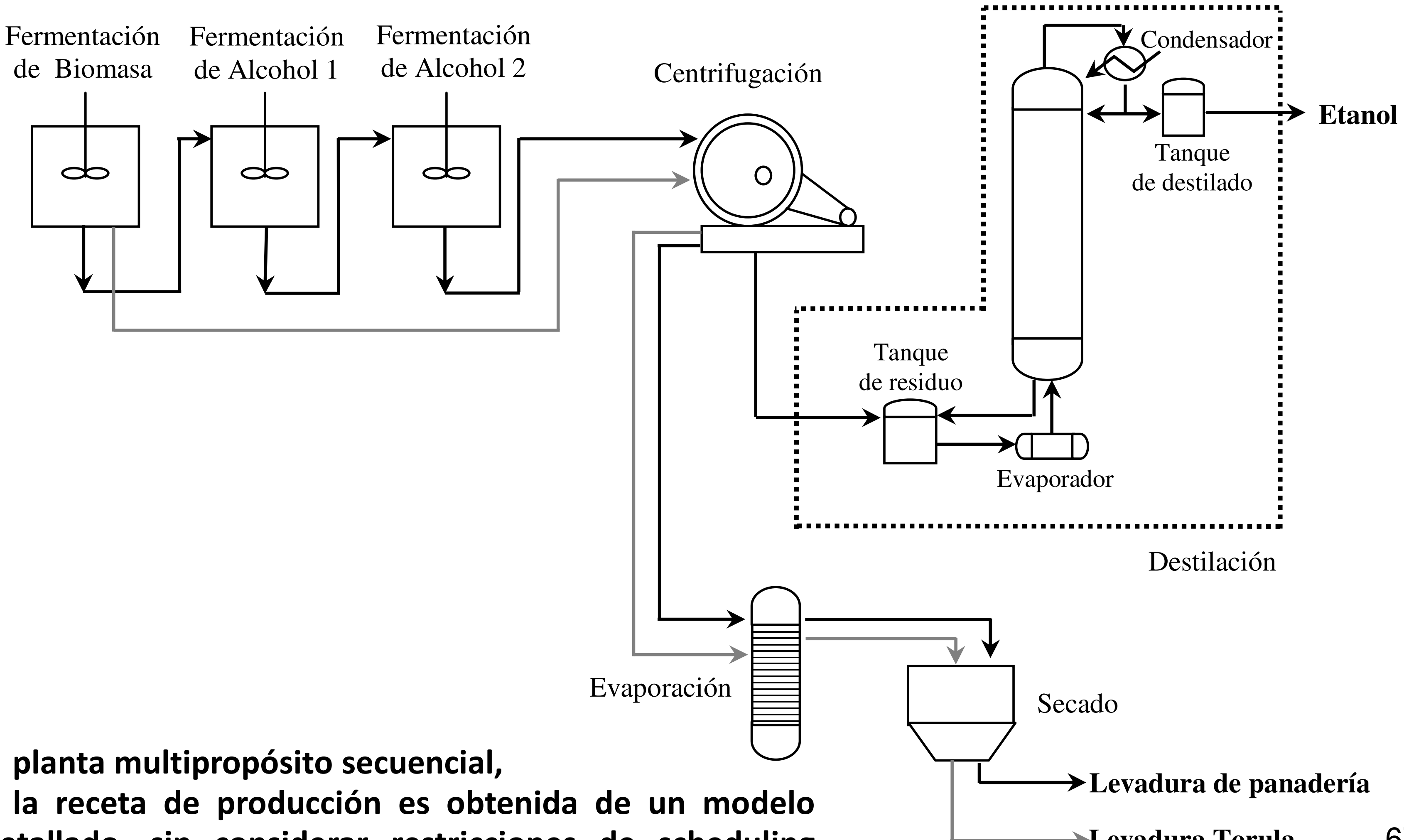
Inconveniente: **Producción de etanol genera residuos que deben ser tratados o reutilizados a fin de minimizar el impacto ambiental**

levadura de panadería **levadura torula**

Los desechos son de rápida degradación (deben ser consumidos en 72 hs.),

La utilización de campañas mixtas es apropiada para planear la producción sobre un horizonte de tiempo dado

Caso de estudio: Planta etanol y derivados



- planta multipropósito secuencial,
- la receta de producción es obtenida de un modelo detallado, sin considerar restricciones de scheduling (Corsano y colab. 2007)

Caso de estudio: Planta etanol y derivados

Diseño y Planeamiento detallado de la planta de etanol y derivados

- ✓ **Demandas:** **- torula: 8400 tn**

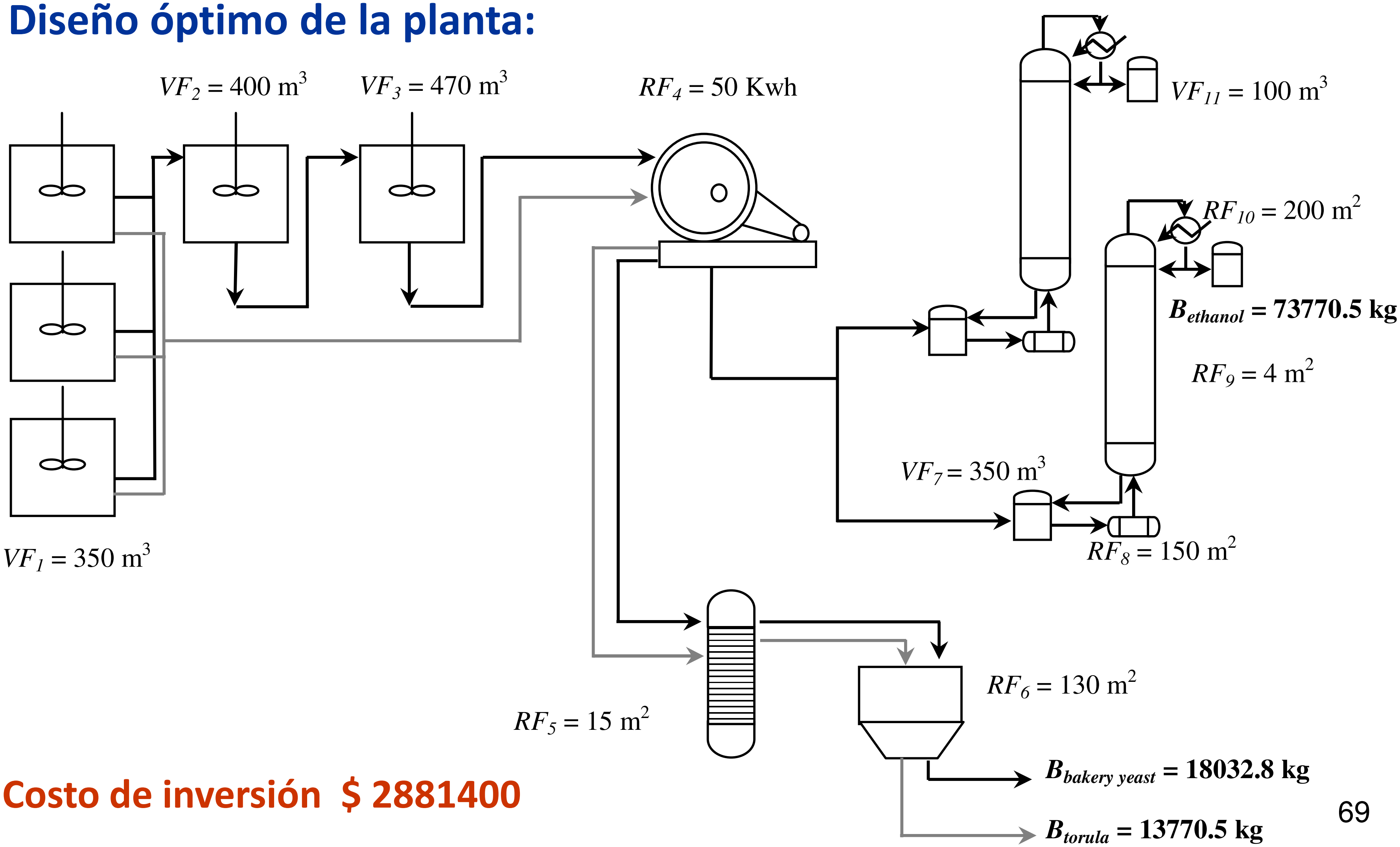
  - etanol: 45000 tn

  - levadura de panadería: 11000 tn

- ✓ **Número máximo de batchadas de cada producto en la campaña: 4**
- ✓ **Número máximo de unidades paralelas en cada etapa batch j : $K_j = 3$**
- ✓ **Horizonte de tiempo: H = 7500 h**

Caso de estudio: Planta etanol y derivados

Diseño óptimo de la planta:

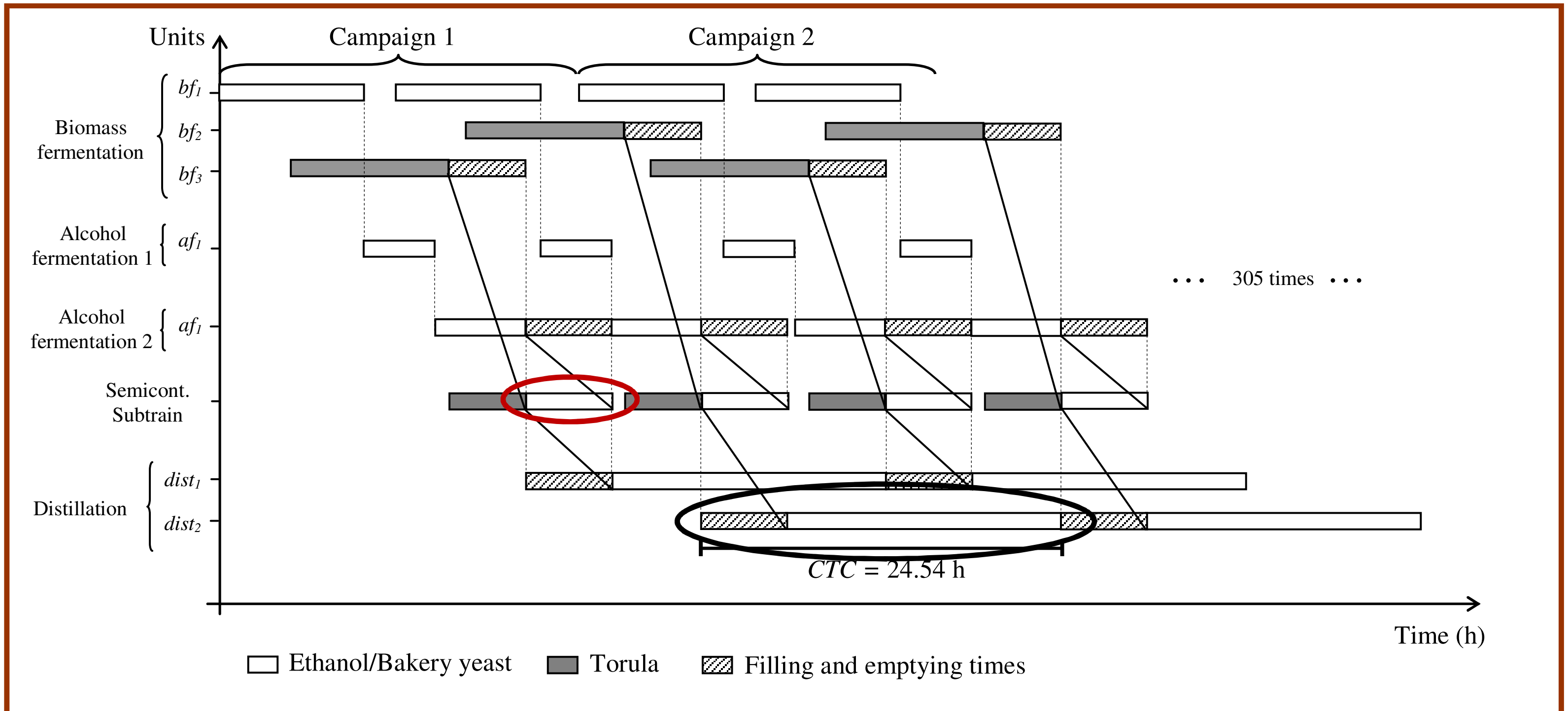


Costo de inversión $ 2881400

Caso de estudio: Planta etanol y derivados

Campaña de producción óptima:

Diagrama de Gantt

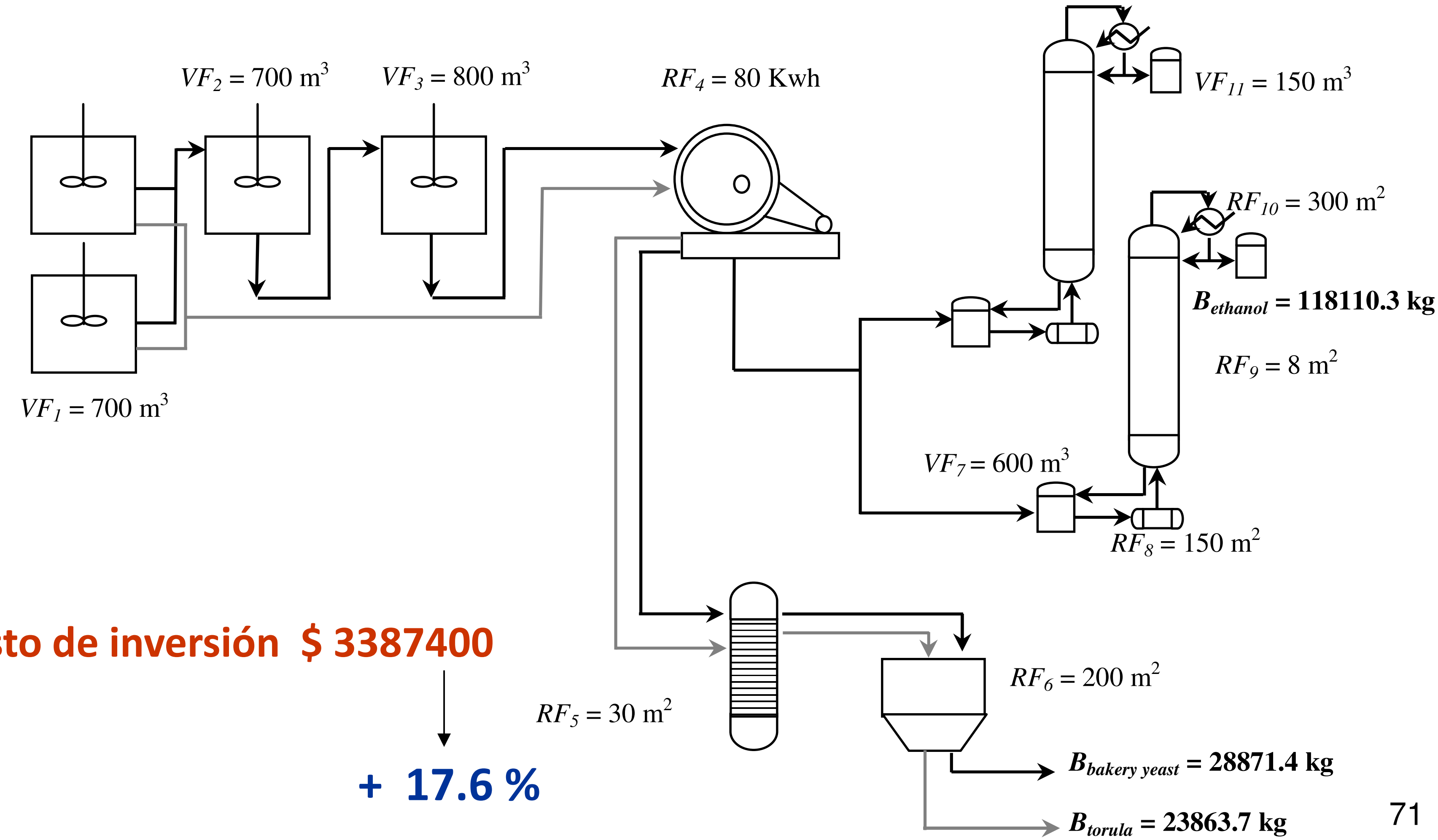


✓ **Reduced idle time** ✓ **Limiting cycle time – No idle time**

Tiempo de Ciclo = 24.54 h

Caso de estudio: Planta etanol y derivados

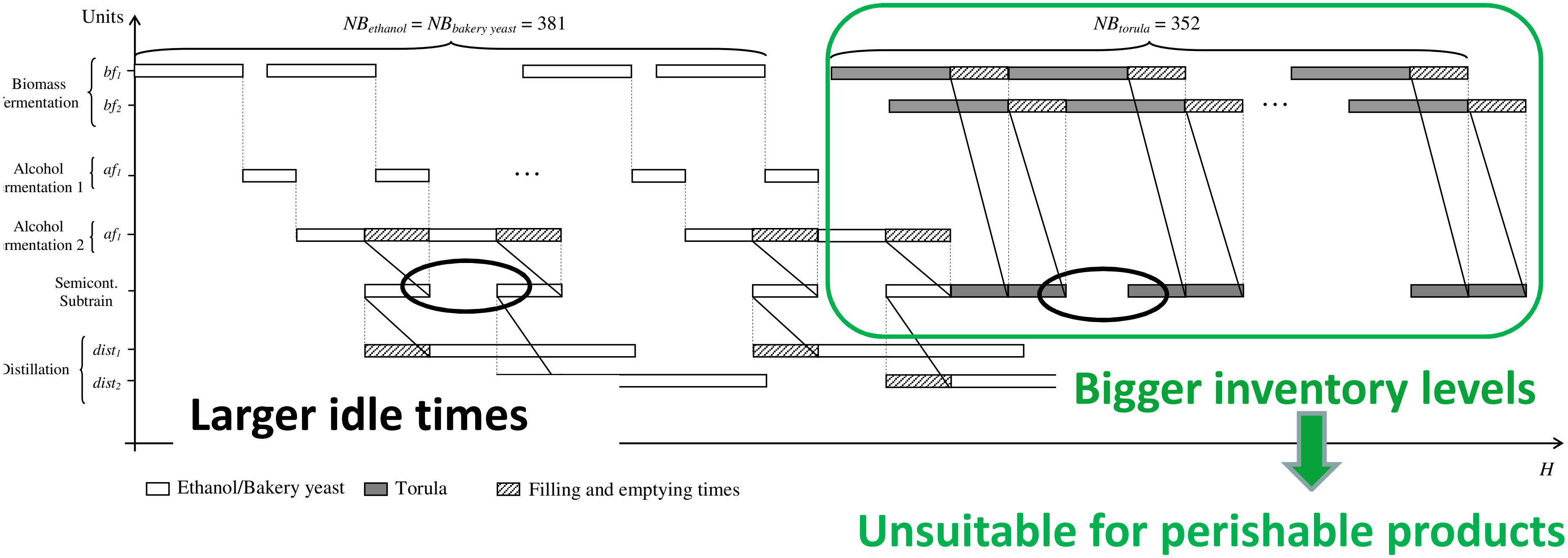
Diseño óptimo de la planta sin considerar campaña mixta



Costo de inversión $ 3387400

+ 17.6 %

Caso de estudio: Planta etanol y derivados



- El 2do. Fermentador de biomasa no es usado durante la producción de etanol, permanece inactivo durante 4700 hs. aprox.

- Las etapas de Fermentación de alcohol y destilación no son usadas durante la producción de torula, permanecen inactivas durante 2800 hs. aprox.

Conclusiones

- ✓ **Integración de decisiones que habitualmente son evaluadas mediante metodologías jerárquicas.**
- ✓ **Se plantearon reformulaciones de los problemas que permiten obtener modelos MILP con el propósito de asegurar la optimalidad global de la solución.**
- ✓ **La utilización de modelos de programación matemática para la toma de decisiones facilita la selección de la alternativa óptima en contextos en los cuales existen compromisos entre distintos elementos del problema.**
- ✓ **Herramientas que facilitan el estudio de escenarios y el análisis de sensibilidad ante variaciones del problema.**

Muchas gracias por la atención!!

Preguntas?

INGAR
CONICET
U T N